Сила на протонные вихри в сверхпроводящих нейтронных звездах с учётом ферми-жидкостных эффектов.

О. А. Гогличидзе, М. Е. Гусаков

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе

Аннотация

Простейший состав вещества ядра нейтронных звёзд предполагает наличие лептонов (электронов и мюонов) и барионов (нейтронов и протонов). По мере остывания нейтронной звезды протоны в её ядре становятся сверхпроводящими. Расчёты показывают, что по крайней мере во внешнем ядре протоны формируют сверхпроводник второго рода. Это означает, что магнитное поле пронизывает ядро в виде вихрей Абрикосова. Протонные вихри испытывают действие сил со стороны различных частиц, формирующих окружающее их вещество. В работе исследуются силы, действующие на протонный вихрь с учётом ферми-жидкостных эффектов. Показано, что учёт этих эффектов приводит к появлению силы со стороны нейтронов. Аккуратный учёт всех сил, действующих на протонные вихри, важен для корректного моделирования эволюции магнитного поля нейтронных звёзд.

1. Постановка задачи

- Рассматривается смесь из сверхпроводящих протонов, нормальных нейтронов и электронов ($T_{cn} < T \ll T_{cp}$). Дополнительный учёт мюонов достаточно прост [1].
- Протоны и нейтроны рассматриваются как двухкомпонентная ферми-жидкость Ландау. Электроны – как идеальный ферми-газ.
- Иерархия масштабов
  $\hbar/p_{F\alpha} \ll \xi \ll \lambda \ll d_B \ll \ell$,
  $p_{F\alpha}$ – импульс Ферми компоненты $\alpha = n, p, e$,
  ξ – длина когерентности протонов,
  λ – Лондоновская длина,
  d_B – расстояние между вихрями,
  ℓ – длина свободного пробега (квази)частиц.
- Поместим вдоль оси z прямой протонный вихрь.
- Пусть относительно вихря существуют однородные токи протонов, нейтронов и электронов ($\mathbf{j}_{p,0}$, $\mathbf{j}_{n,0}$ и $\mathbf{j}_{e,0}$), причём

$$\mathbf{j}_{p,0} = \mathbf{j}_{e,0}. \qquad (1)$$

- Будем искать силы, действующие на вихрь и пропорциональные этим токам.

2. Протонный вихрь

Пусть χ_p – фаза протонного параметра порядка. Тогда можно ввести две величины

$$\mathbf{Q}_p = \frac{\hbar}{2}\nabla\chi_p - \frac{e}{c}\mathbf{A}$$

– сверхтекучий импульс,

$$\breve{\mu}_p = E_{Fp} - \frac{\hbar}{2}\frac{\partial\chi_p}{\partial t} - e\varphi$$

– обобщённый химический потенциал.

- Сверхтекучий импульс протонов
  $\mathbf{Q}_p = \mathbf{Q}_{ps} + \mathbf{Q}_{pv} + \delta\mathbf{Q}_p$, где $\mathbf{Q}_{ps} = \mathrm{const}$ – однородный поток вдали от вихря,

$$\mathbf{Q}_{pv} = \frac{m_p\varkappa}{2\pi\varpi}\left[1 - \mathcal{P}(\varpi)\right]\mathbf{e}_\phi, \qquad \varkappa = \frac{2\pi\hbar}{2m_p},$$

- Магнитное поле $\mathbf{B} = \mathbf{B}_v + \delta\mathbf{B}$,

$$\mathbf{B} = \frac{c}{e}\frac{m_p\varkappa}{2\pi\varpi}\frac{d\mathcal{P}}{d\varpi}\mathbf{e}_z,$$

1. $\mathcal{P}(0) = 0$;
2. $\mathcal{P}(\varpi)/\varpi \to 0$ при $\varpi \to 0$;
3. $\mathcal{P}(\varpi) \to 1 - a\left(\frac{\varpi}{\lambda}\right)^{-1/2}\exp\left(-\frac{\varpi}{\lambda}\right)$ при $\varpi \to \infty$, a, $\lambda = \mathrm{const}$.

$\delta\mathbf{Q}_p$ и $\delta\mathbf{B}$ – самосогласованные поправки, возникающие из-за рассеяния компонент смеси на вихре.

3. Компоненты смеси

3.1 Электроны

$$\boldsymbol{v}_\mathbf{p}\frac{\partial\mathcal{N}^{(e)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{r}} - e\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\boldsymbol{v}_\mathbf{p}\times\mathbf{B}\right)\frac{\partial\mathcal{N}^{(e)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{p}} = 0,$$

где $\boldsymbol{v}_\mathbf{p} = \mathbf{p}c^2/\varepsilon_\mathbf{p}$, $\varepsilon^{(e)}_\mathbf{p} = \sqrt{m_e^2c^4 + p^2c^2}$.

$$\mathcal{N}^{(e)}_\mathbf{p} = f_F\left(\varepsilon^{(e)}_\mathbf{p} - E_{Fe} - e\varphi - \mathbf{p}\mathbf{V}_{re} + \mathbf{V}_{re}\delta\mathbf{p}_e\right),$$

где

$$f_F(x) = \frac{1}{e^{x/T}+1}, \qquad \mathbf{E} = -\nabla\varphi,$$

$\delta\mathbf{p}_e$ – функция, описывающая рассеяние электронов на вихре.

$$\mathbf{j}_e = \mathbf{j}_{e,0} + \delta\mathbf{j}_e, \qquad \mathbf{j}_{e,0} = n_{e,0}\mathbf{V}_{re}, \qquad n_{e,0} = \sum_{\mathbf{p}\sigma}\mathcal{N}^{(e)}_{\mathbf{p},0},$$

$\delta\mathbf{j}_e$ – поправка к току, связанная с функцией $\delta\mathbf{p}_e$.

3.2 Нейтроны

$$\frac{\partial\varepsilon^{(n)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{p}}\frac{\partial\mathcal{N}^{(n)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{r}} - \frac{\partial\varepsilon^{(n)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{r}}\frac{\partial\mathcal{N}^{(n)}_\mathbf{p}}{\partial\mathbf{p}} = 0,$$

где

$$\varepsilon^{(\alpha)}_\mathbf{p} = \varepsilon^{(\alpha)}_0(\mathbf{p}) + \sum_{\mathbf{p}'\sigma'\alpha'} f^{\alpha\alpha'}(\mathbf{p},\mathbf{p}')\left(\mathcal{N}^{(\alpha')}_{\mathbf{p}'} - \theta^{(\alpha')}_{\mathbf{p}'}\right) \qquad (2)$$

– энергия квазичастиц Ландау.

$$\mathcal{N}^{(n)}_\mathbf{p} = f_F\left(\varepsilon^{(n)}_\mathbf{p} - E_{Fn} - \mathbf{p}\mathbf{V}_{rn} + \mathbf{V}_{rn}\delta\mathbf{p}_n\right),$$

$$\mathbf{j}_n = \mathbf{j}_{n,0} + \delta\mathbf{j}_n, \qquad \mathbf{j}_{n,0} = n_{n,0}\mathbf{V}_{rn}, \qquad n_{n,0} = \sum_{\mathbf{q}\sigma}\mathcal{N}^{(n)}_{\mathbf{q},0},$$

$\delta\mathbf{p}_n$ и $\delta\mathbf{j}_n$ – функции, описывающие рассеяние нейтронов на вихре [нейтроны рассеиваются за счёт ферми-жидкостного взаимодействия, второе слагаемое в формуле (2)].

3.3 Протоны

$$\mathcal{N}^{(p)}_{\mathbf{q}+\mathbf{Q}_p} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\varepsilon^{(p)}_{\mathbf{q}+\mathbf{Q}_p} + \varepsilon^{(p)}_{-\mathbf{q}+\mathbf{Q}_p} - 2\breve{\mu}_p}{\sqrt{\left(\varepsilon^{(p)}_{\mathbf{q}+\mathbf{Q}_p} + \varepsilon^{(p)}_{-\mathbf{q}+\mathbf{Q}_p} - 2\breve{\mu}_p\right)^2 + 4\Delta_p^2}}\right)$$

$$\mathbf{j}_p = \mathbf{j}_{p,0} + Y_{pp}\mathbf{Q}_{pv} + \delta\mathbf{j}_p, \qquad \mathbf{j}_{p,0} = Y_{pp}\mathbf{Q}_{ps} + R_{pn}\mathbf{V}_{rn}$$

- Протонный ток $\mathbf{j}_{p,0}$ зависит от скорости нейтронов $\mathbf{V}_{rn} \propto \mathbf{j}_{n,0}$ – эффект, возникающий из-за ферми-жидкостного взаимодействия.
- Коэффициенты Y_{pp} и R_{pn} вычислены в работе [2].

$$Y_{pp} = \frac{n_{p,0}}{m_p^*} + G_{pp} - \frac{G_{np}^2 m_n^*}{(n_{n,0} + m_n^* G_{nn})},$$

$$R_{pn} = \frac{n_{n,0}m_n^* G_{np}}{(n_{n,0} + m_n^* G_{nn})},$$

$$G_{\alpha\alpha'} = \frac{n_{\alpha,0}n_{\alpha',0}}{p_{F\alpha}p_{F\alpha'}}f_1^{\alpha\alpha'},$$

m_α^* – эффективная масса квазичастиц,
$f_1^{\alpha\alpha'}$ – параметры Ландау.

4. Энергия системы

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{np} + \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_{EM},$$

$$\mathcal{E}_e = \sum_{\mathbf{p}\sigma}\varepsilon^{(e)}_\mathbf{p}\mathcal{N}^{(e)}_\mathbf{p}, \quad \mathcal{E}_{EM} = \frac{1}{8\pi}(E^2 + B^2),$$

$$\mathcal{E}_{np} = E_0 + \sum_{\mathbf{p}\sigma\alpha}\varepsilon^{(\alpha)}_0(\mathbf{p})\left(\mathcal{N}^{(\alpha)}_\mathbf{p} - \theta^{(\alpha)}_\mathbf{p}\right) + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{p}\mathbf{p}'\sigma\sigma'\alpha\alpha'} f^{\alpha\alpha'}(\mathbf{p},\mathbf{p}')\left(\mathcal{N}^{(\alpha)}_\mathbf{p} - \theta^{(\alpha)}_\mathbf{p}\right)\left(\mathcal{N}^{(\alpha')}_{\mathbf{p}'} - \theta^{(\alpha')}_{\mathbf{p}'}\right).$$

5. Закон сохранения импульса

$$\frac{\partial\Pi^{ik}}{\partial r^k} = -\mathbf{j}_p\times\mathbf{e}_z\frac{\varkappa m_p}{2\pi\varpi}\delta(\varpi), \qquad \Pi^{ik} = \Pi^{ik}_{np} + \Pi^{ik}_e + \Pi^{ik}_{EM}$$

$$\Pi^{ik}_{np} = Q_p^i j_p^k + \sum_{\mathbf{p}\sigma} p^i\frac{\partial\varepsilon^{(n)}_\mathbf{p}}{\partial p^k}\mathcal{N}^{(n)}_\mathbf{p} + \delta^{ik}\left(\sum_{\mathbf{p}\sigma}\varepsilon^{(n)}_\mathbf{p}\mathcal{N}^{(n)}_\mathbf{p} + n_{p,0}\breve{\mu}_p - \mathcal{E}_{np}\right),$$

$$\Pi^{ik}_e = \sum_{\mathbf{p}\sigma} p^i\boldsymbol{v}_\mathbf{p}{}^k\mathcal{N}^{(e)}_\mathbf{p},$$

$$\Pi^{ik}_{EM} = -\frac{1}{4\pi}\left[E^iE^k + B^iB^k - \frac{\delta^{ik}}{2}\left(E^2 + B^2\right)\right].$$

6. Баланс сил

$$\mathbf{F}_{\mathrm{m}\to\mathrm{v}} + \mathbf{F}_{\mathrm{ext}} = 0,$$

где

$$\mathbf{F}_{\mathrm{m}\to\mathrm{v}} = -\mathbf{e}_i\oint_{\varpi=R}\Pi^{ik}n_k dS$$

– сила, действующая на вихрь, движущийся сквозь окружающую материю,

$$\mathbf{F}_{\mathrm{ext}} = -\varkappa m_p\left(\mathbf{j}_p\times\mathbf{e}_z\right)_{\varpi=0}$$

– внешняя сила, приложенная к ядру вихря и удерживающая его на оси z.

7. Сила на вихрь

$$\mathbf{F}_{\mathrm{m}\to\mathrm{v}} = D'\left[\mathbf{e}_z\times\mathbf{V}_{re}\right] - D_e\left[\mathbf{e}_z\times\left[\mathbf{e}_z\times\mathbf{V}_{re}\right]\right] - D_n\left[\mathbf{e}_z\times\left[\mathbf{e}_z\times\mathbf{V}_{rn}\right]\right],$$

где $D' = -m_p\varkappa n_{e,0}$,

$$D_e = (m_p\varkappa)^2\frac{3\pi}{8}\frac{n_{e0}}{p_{Fe}}L_e^{-1}, \quad D_n = (m_p\varkappa)^2\frac{3\pi}{8}\frac{R_{pn}}{p_{Fn}}L_n^{-1},$$

$$L_e^{-1} = \frac{1}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}dx\left(\int_{-\infty}^{\infty}dy\frac{\mathcal{P}'(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2 \sim \frac{1}{\lambda},$$

$$L_n^{-1} = \frac{1}{8\pi^2}\frac{R_{pn}}{n_{n,0}}\int_{-\infty}^{\infty}dx\left(\int_{-\infty}^{\infty}dy\frac{\tilde{\mathcal{P}}'(\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)^2 \sim \frac{1}{\xi},$$

$$\tilde{\mathcal{P}}'(\varpi) = \mathcal{P}'(\varpi) - \delta(\varpi).$$

Список литературы

[1] M. E. Gusakov, MNRAS 485, 4936 (2019).

[2] O. A. Goglichidze, M. E. Gusakov, Phys. Rev. C 108, 025814 (2023).

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-12-00048.